



Design og utforming av et anti-alias-filter

FORFATTER: Fredrik Ellertsen
VERSJON: 3
DATO: 25.11.2015
KONTROLLERT AV:
DATO:

Innhold

1	Innledning	1
2	Mulig løsning	1
3	Realisering og test	4
4	Konklusjon	7
5	Takk	7
	Referanser	7
6	Vedlegg A	7

1 Innledning

Når en ønsker å drive digital signalbehandling er det ofte nødvendig å punktprøve analoge signaler. Dersom punktprøvingsfrekvensen er f_s må, ifølge punktprøvingsteoremet, signalet være båndbegrenset til $B = f_s/2$. Når dette er oppfylt vil systemet kunne punktprøve signalet uten alvorlig aliasing. Derfor er det ofte nødvendig med et lavpassfilter i forbindelse med digital signalbehandling. Lavpassfiltre som brukes i denne sammenhengen kalles anti-aliasing-filtre. Et ideelt lavpassfilter vil slippe gjennom alle frekvenser lavere enn knekkfrekvensen f_c og stanse alle frekvenser høyere enn f_c . Amplituderresponsen til et slikt ideelt filter vil ha uendelig brå overgang fra passbåndet til stoppbåndet. I et ekte filter er slik karakteristik uoppnåelig, og brattheten til denne overgangen vil normalt være avhengig av filterets orden.

Dette designnotatet vil ta for seg design, utforming og testing av en type anti-aliasing-filter som vist i Figur 1.



Figur 1: Anti-alias-filter [1]

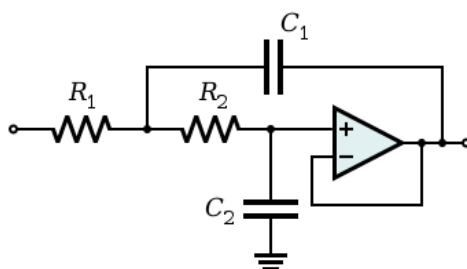
En signalkilde vil sende signalet v_1 gjennom anti-alias-filteret før det punktprøves av en ADC. Det kreves at filteret skal kunne brukes ved $f_s = 5,7$ kHz og at det skal ha en demping på minst 10 dB ved frekvensen $f_s/2 = 2850$ Hz (a). I tillegg skal knekkfrekvensen f_c til filteret oppfylle $f_c \geq 0,75 \cdot f_s/2 \approx 2140$ Hz (b). Knekkfrekvensen f_c defineres som frekvensen hvor amplituderresponsen har sunket med 3 dB fra sitt høyeste nivå. Det siste kravet er at filteret påvirker frekvenskomponentene under f_c minst mulig (c).

2 Mulig løsning

Kravet om at filteret skal påvirke frekvensene i passbåndet i så liten grad som mulig gjør at det er naturlig å ta utgangspunkt i et Butterworth-filter. Slike

filtre har maksimalt flat frekvensrespons i passbåndet. Ulempen med slike filtre er at de ikke har særlig bratt avrulling i stoppbåndet. Man er derfor nødt til å gå til høyere orden for å oppnå samme avrullingskarakteristikk som f. eks. et Chebyshev-filter.

Når et passivt filter har orden n betyr at det er n antall reaktive elementer i kretsen (spoler og kondensatorer). Spoler er dog dyre, store og upresise, så det er derfor ønskelig å utelate dem fra filterdesignet. Et Butterworth-filter med grunnlag i en Sallen-Key-struktur vil ikke inneholde spoler, men baserer seg på operasjonsforsterkere (op-amper). Et generelt 2. ordens Butterworth-filter av denne typen er vist i Figur 2.



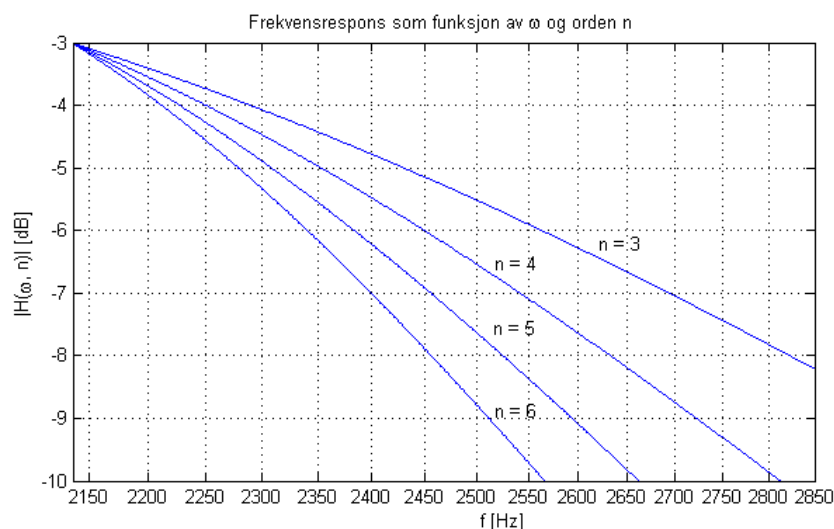
Figur 2: Generelt Butterworth-filter med Sallen-Key-struktur [2]

Dersom flere slike filtre kaskadekobles, vil den totale systemresponsen være lik produktet av de individuelle systemfunksjonene. Det er kjent at amplituderresponsen til et Butterworth-filter av orden n er gitt ved (1), der f er frekvensen og f_c er knekkfrekvensen.

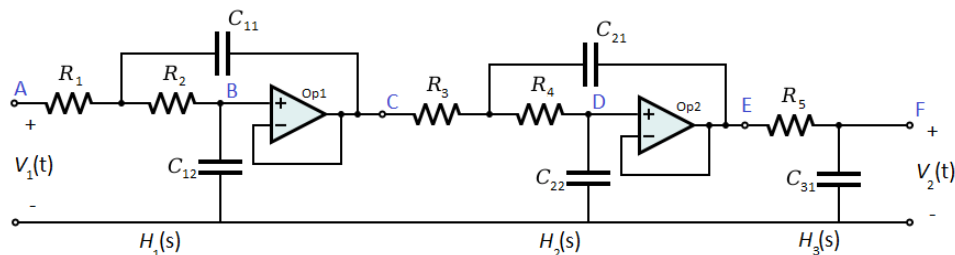
$$|H(\omega, n)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^{2n}}} \quad (1)$$

Ved å løse for n og sette inn for $f = 2850$ Hz, $H(\omega) = -10$ dB kan man finne absolutt nedre grense for n , men denne løsningen sier ingenting om hvordan frekvensresponsen vil variere avhengig av knekkfrekvens. Amplituderresponsen ble derfor plottet i MATLAB for $f_c = 2140$ Hz, $n = 3, 4, 5, 6$ og er avbildet i Figur 3. Kildekode finnes i Vedlegg A.

Nedre og øvre grense for f i figuren er hhv. 2140 Hz og 2850 Hz, og det er derfor lett å lese av hvilken orden som er gunstig. $n = 3$ vil ikke fungere, da denne amplituderresponsen er for slak. $n = 4$ vil fungere i teorien, men i praksis vil en variasjon i f_c på mer enn 50 Hz vil bringe filteret utenfor rammene som er satt. For å sikre tilfredsstillende og robust frekvensrespons ble orden $n = 5$ valgt. Dette er også beleilig med tanke på komponentvalg, som diskuteres litt senere i notatet. Av diagrammet ser man også at det kan være gunstig å sette $f_c = 2240$ Hz slik at frekvensresponsen kan vandre med nesten ± 100 Hz uten å havne utenfor kravspesifikasjonen.


Figur 3: $|H(\omega, n)|$

Et 5. ordens Butterworth-filter kan konstrueres som vist i Figur 4. Blå bokstaver markerer sentrale noder for å referere mellom kretsskjema og realisert krets.


Figur 4: Generelt 5. ordens butterworth-filter (adaptert fra [2])

Det antas at inngangsimpedansen til ADC-en i Figur 1 er uendelig stor, og at det derfor ikke er nødvendig med et buffer mellom R_5 og utgangen. Dette reduserer antall op-amper som trengs. Alle motstandene bestemmes til å være like store, som gjør at systemfunksjonen for hvert filter blir enkel. Systemfunksjonen $H_a(s)$ ($a = 1, 2$ og $m = 1, 2$) til hvert av de to aktive filterne er gitt ved (2).

$$H_a(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\omega_0\zeta_a s + \omega_0^2}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{\tau_{a1}\tau_{a2}}, \quad \zeta_a = \frac{1}{\omega_0\tau_{a1}}, \quad \tau_{am} = RC_{am} \quad (2)$$

Systemfunksjonen $H_3(s)$ for det siste lavpassfilteret er gitt ved (3).

$$H_3(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{1}{RC_{31}} \quad (3)$$

For at filteret skal ha maksimalt flat frekvensrespons i passbåndet må polene til systemfunksjonene ligge symmetrisk langs en sirkelbue over 2. og 3. kvadrant med sentrum i origo i det komplekse planet. $H_1(s)$ og $H_2(s)$ vil ha to komplekskonjugerte røtter i nevneren, hhv. p_1 og p_2 . Ved trigonometri kan det vises at

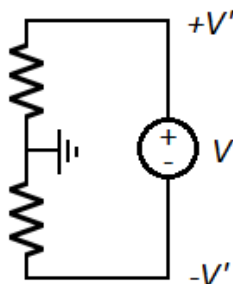
$$\operatorname{Re}\{p_1\} = -\zeta_1 \cdot \omega_0 \quad \Rightarrow \quad \zeta_1 = \underline{0,80902}$$

$$\operatorname{Re}\{p_2\} = -\zeta_2 \cdot \omega_0 \quad \Rightarrow \quad \zeta_2 = \underline{0,30902}$$

Dersom $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ k}\Omega$ blir forholdet mellom hvor mye strøm kretsen trekker og hvor følsom den er overfor støy bra. Fra (2) og (3) kan alle tidskonstantene og kondensatorverdiene finnes:

$\tau_{11} = 87,8 \text{ }\mu\text{s}$	$\tau_{12} = 57,5 \text{ }\mu\text{s}$	$\tau_{21} = 230 \text{ }\mu\text{s}$	$\tau_{22} = 22,0 \text{ }\mu\text{s}$	$\tau_{31} = 71,1 \text{ }\mu\text{s}$
$C_{11} = 87,8 \text{ nF}$	$C_{12} = 57,5 \text{ nF}$	$C_{21} = 230 \text{ nF}$	$C_{22} = 22,0 \text{ nF}$	$C_{31} = 71,1 \text{ nF}$

Op-amper trenger normalt både positiv og negativ forsyningsspenning. For å generere slike forhold ble forsyningsspenningen V delt i to ved hjelp av en spenningsdeler, se Figur 5.

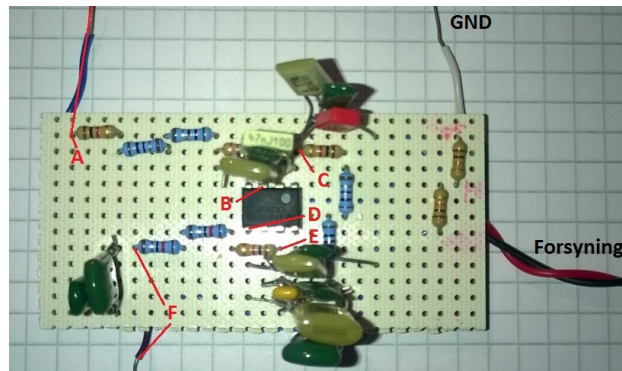


Figur 5: Driverkrets

Dette regnes absolutt ikke som en god løsning, da all strøm kretsen trekker vil endre jord i forhold til forsyningsspenningen. Buffere eller store konsensatorer vil hjelpe med å stabilisere driverkretsen. Av erfaring vil denne løsningen likevel fungere når signalene gjennom kretsen ikke har veldig stor amplitude.

3 Realisering og test

Kretsen ble loddet sammen og er avbildet i Figur 6. Nodene fra Figur 4 er markert.

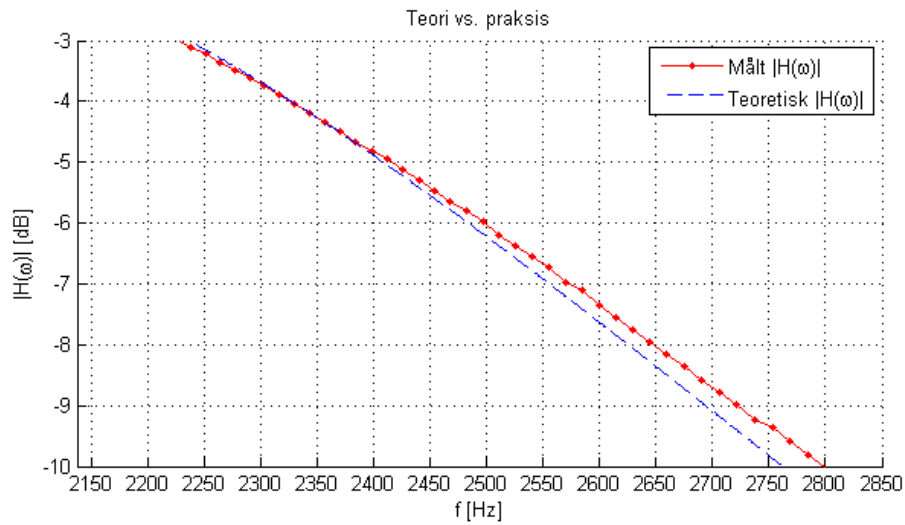

Figur 6: Realisert krets

Tabell 1 viser sammenhengen mellom teoretiske komponenter og faktiske komponenter. Kondensatorenes påskrevne kapasitansverdier er så unøyaktige at kun den målte, ekvivalente parallellkapasitans er oppgitt. Det ble i størst mulig grad forsøkt å finne komponenter som komplimenterer hverandre i den forstand at de individuelle tidskonstantene ligner teorien mest mulig.

Tabell 1: Fysiske komponenter		
Navn	Teoretisk verdi	Fysisk verdi
R_1	1 k Ω	980 Ω + 10 Ω + 10 Ω i serie
R_3	1 k Ω	984 Ω
R_4	1 k Ω	980 Ω + 11 Ω + 11 Ω i serie
R_5	1 k Ω	978 Ω
R_3	1 k Ω	980 Ω + 11 Ω + 11 Ω i serie
C_{11}	87,8 nF	87,2 nF
C_{12}	57,5 nF	57,2 nF
C_{21}	230 nF	230 nF
C_{22}	22,0 nF	22,4 nF
C_{31}	71,1 nF	71,5 nF
Op1 og Op2	-	LF353P – dual op-amp IC [3]
Spenningskilde	-	± 15 V fra NI myDAQ [4]

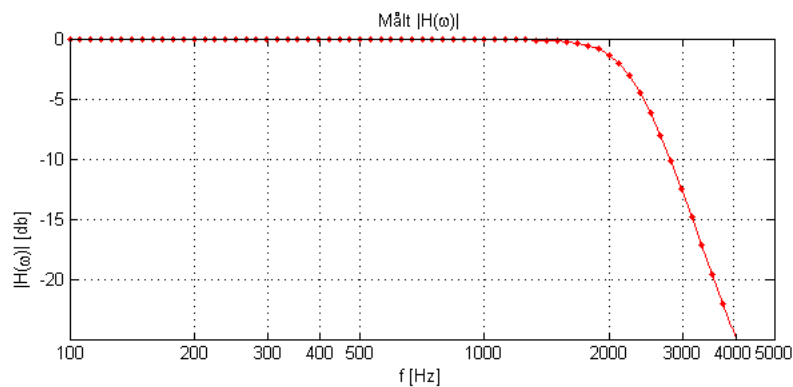
Kretsen ble testet ved hjelp av NI myDAQ og programvareløsningen labVIEW [4]. Det påtrykte signalet hadde en amplitude på 0,1 V. Et bodediagram av frekvensresponsen ble generert i labVIEW og plottet i MATLAB sammen med teoretisk frekvensrespons. Resultatet er avbildet i Figur 7.

Det er tydelig at målt frekvensrespons møter kravene (a) og (b). I tillegg kan ser man at frekvensresponsen er en tanke slakere enn den skulle vært i teorien. Dette kan skyldes at knekkfrekvensen for en eller flere av



Figur 7: Teoretisk og målt frekvensrespons, $2140 \text{ Hz} \leq f \leq 2850 \text{ Hz}$

filterseksjonene ligger litt høyere enn den burde. En måte å bestemme hvor feilen ligger kan være å skissere realiserde poler i det komplekse planet og deretter se om polene ligger der de skal. Frekvensresponsen for signaler med amplituder opp til 1 V var helt lik. Figur 8 viser et bodediagram for et større frekvensintervall.



Figur 8: Målt frekvensrespons for et stort frekvensintervall

I dette bodediagrammet ser man at filteret slipper signaler uendret gjennom passbåndet, og at det derfor også tilfredsstillter krav (c).

4 Konklusjon

Dette designnotatet har tatt for seg design og utforming av et 5. ordens Butterworth-filter med Sallen-Key-struktur for bruk som et anti-alias-filter. Filteret kan brukes ved en samplingsfrekvens $f_s = 5,7$ kHz og det demper mer enn 10 dB ved $f_s/2 = 2850$ Hz. Samtidig påvirker filteret frekvenskomponenter under knekkfrekvensen minst mulig og oppfyller derfor alle kravene som ble stilt. Filterets orden gjør at kretsen er robust og tåler at knekkfrekvensen vandrer med ± 100 Hz, men er ikke så stor at filteret består av unødvendig mange komponenter.

5 Takk

Jeg vil gjerne takke Stud. Techn. Christian Cartfjord for fruktbare diskusjoner under designarbeidet. Takk rettes også til vitenskapelig personell ved Institutt for elektronikk og telekommunikasjon, NTNU for frembringelse av Figur 1, samt utledning av formel 1, 2 og 3.

6 Vedlegg A

Listing 1: Kildekode for plotting av teoretisk amplituderrespons

```
1 function printH(n)
2 x = 2000:3000; % linear ff
3 y = -20 * log10((sqrt( 1 + ( x / 2137 ) .^ (2*n) ))); % log |H(w)|
4
5 semilogx(x, y); % plot y langs logaritmisk x
6
7 hold on;
8 grid on;
9 end
```

Referanser

- [1] Figur 1: Anti-alias-filter. IET/Fagstaben for ELSYS, Designøving 2 (PDF) [24.09.2015]
- [2] Figur 2: Sallen-key-stuktur.
https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen-Key_topology [24.09.2015]
- [3] Datablad LF353P:
<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lf353.pdf>

- [4] myDAQ/labVIEW:
<http://www.ni.com/mydaq/>