



---

## Design og utforming av en sinus-oscillator

---

FORFATTER: Fredrik Ellertsen  
VERSJON: 3  
DATO: 25.11.2015  
KONTROLLERT AV:  
DATO:

### Innhold

<b>1 Innledning</b>	<b>1</b>
<b>2 Mulig løsning</b>	<b>1</b>
2.1 Filterdesign . . . . .	2
2.2 Firkantgeneratordesign . . . . .	4
<b>3 Realisering og test</b>	<b>5</b>
<b>4 Konklusjon</b>	<b>8</b>
<b>5 Takk</b>	<b>8</b>
<b>6 Vedlegg A</b>	<b>8</b>

## 1 Innledning

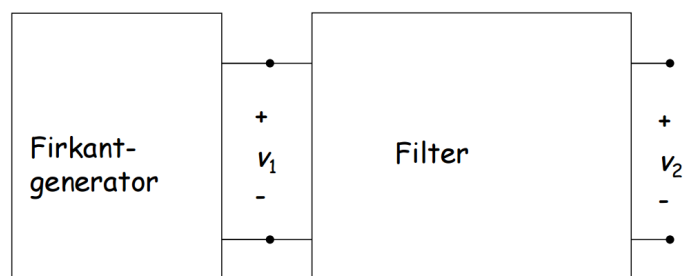
Oscillatorer er viktige delsystemer i elektroniske system. De er en kritisk komponent i alle system som avhenger av en et klokkepulstog, samt i systemer som genererer eller mottar bølger, som for eksempel radio- eller ultralyd-utstyr. For sistnevnte er rene og stabile sinus-formede signal i fokus. Derfor er det naturlig å stille krav til signalets frekvensnøyaktighet, som oppgis i ppm (parts per million). Det vil si hvor mange milliontedelers avvik fra den spesifiserte frekvensen som tillates. I tillegg til frekvensavvik, vil formen til et sinussignal også kunne avvike fra en ideell sinus dersom det inneholder overharmoniske frekvenskomponenter. Dette kalles harmonisk forvrengning, og kan i ekstreme tilfeller manifestere seg i signalet som butte topper eller andre synlige ujevnheter. Den harmoniske feilen kvantifiseres gjerne som en prosentfeil, altså hvor mange prosent RMS-verdien av summen av de overharmoniske frekvensene utgjør av RMS-verdien til den grunnharmoniske.

Dette designnotatet vil ta for seg design, utforming og testing av et system som genererer et sinus-formet signal. Det kreves at signalets frekvens skal være  $f_0 = 950$  Hz, og frekvensavviket skal være  $\Delta f_{\max} = 10\,000$  ppm ( $\pm 9,5$  Hz). Det kreves også at harmonisk forvrengning skal være under  $D_{\max} = 5\%$ . Det stilles ikke krav til signalets amplitude, heller ikke til kretsens øvrige utforming (størrelse, pris, energiforbruk o.l.).

## 2 Mulig løsning

En mulig angrepsvinkel er å dele problemet i to; å først bruke en krets som genererer et firkantpulstog med frekvens  $f = f_0$  for deretter å sende det gjennom et lavpassfilter vil kunne gi ønsket resultat. Dette er definitivt ikke et avansert prinsipp, og vil derfor ikke være den beste løsningen, men det er nokså enkelt av natur og kan derfor beskrives grundig i kontekst av et designnotat. Et blokkskjema av et slikt system er illustrert i Figur 1.

Firkantgeneratoren kan realiseres ved hjelp av en relaksasjonsoscillator. En slik krets baserer seg på opp- og utladning av en kondensator. Filteret vil naturligvis måtte ha lavpass-egenskaper siden det skal filtrere bort høyfrekvente frekvenskomponenter. Vi tar først for oss filterblokken i designprosessen.



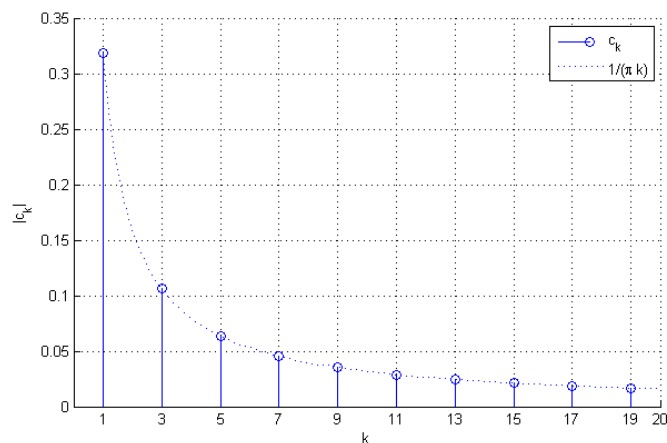
Figur 1: Blokkskjema av en sinus-oscillator [2].

## 2.1 Filterdesign

Det kan vises at de komplekse fourierkoeffisientene  $c_k$  til et ideelt firkantpulstog er gitt ved

$$c_k = \frac{1}{\pi k} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}k\right) := \frac{1}{2} \cdot \text{sinc}\left(\frac{k}{2}\right), k \in \mathbb{Z} \geq 1 \quad (1)$$

der  $k$  betegner hvilken koeffisient i rekken man ser på [3]. sinc-funksjonen er 0 for alle like  $k$ , og negativ for annenhver odde  $k$ . Derfor vil absoluttverdien til  $c_k$  angi amplituden til de ulike frekvenskomponentene som utgjør firkantpulstøyet.  $c_k$  er plottet for  $k = 1, 2, 3, \dots, 20$  i Figur 2.



Figur 2: Amplitudene til frekvenskomponentene  $|c_k|$  til  $v_1$ . For å illustrere trenden er rekken  $1/\pi k$  også plottet inn. Grafen kan flyttes til frekvensplanet ved å multiplisere  $k$  med grunnfrekvensen  $f_0 = 950$  Hz.

Man ser at  $|c_k|$  avtar som den ikke-konvergente rekken  $1/\pi k$ , noe som i teorien gjør at det er umulig å tilfredsstille kravet om  $D_{\max} = 5\%$ . I praksis vil dette ikke være et problem da det ikke er mulig å generere et firkantpulstog med

uendelig skarpe kanter – altså vil det ikke inneholde store amplituder av svært høye frekvenser. Likevel må en øvre frekvensgrense bestemmes for å gjøre det mulig å formulere fornuftige krav til filteret. Denne grensen settes til å være  $20 \cdot k \cdot 950 \text{ Hz} = 19 \text{ KHz}$ . Dette er i størrelsesorden den høyeste frekvensen et voksent menneske kan høre, og virker som et greit sted å legge den øvre grensen.

Et Butterworth-lavpassfilter med Sallen Key-struktur ble valgt for å filtrere firkantpulstoget, siden slike filtre er nokså enkle å beskrive og konstruere. Informasjon om denne filtertypen finnes i [6].

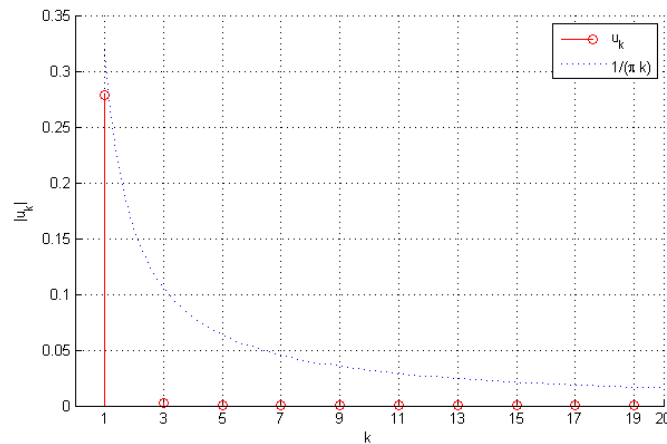
Det kan vises at amplituderresponsen  $|H(f, n)|$  som funksjon av orden  $n$  og frekvens  $f$  for et slikt filter er gitt ved

$$|H(f, n)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_c)^{2n}}} \quad (2)$$

der  $f_c$  er knekkfrekvensen for filteret [3]. Ved linearitet følger det at utgangssignalet  $v_2$  består av frekvenskomponenter hvis amplitude  $|u_k|$  oppfyller

$$|u_k| \propto |c_k| \cdot |H(f, n)| \quad (3)$$

Siden filterutformingen kun avhenger av kravet  $D_{\max} = 5\%$  er ikke proporsjonalitetskonstanten interessant her. Et plott av  $|u_k|$  ble generert i MATLAB og flere ulike verdier for  $n$  og  $f_0$  ble forsøkt. Figur 3 viser resultatet for  $n = 4$  og  $f_c = 1100 \text{ Hz}$ . Kildekoden finnes i Vedlegg A.

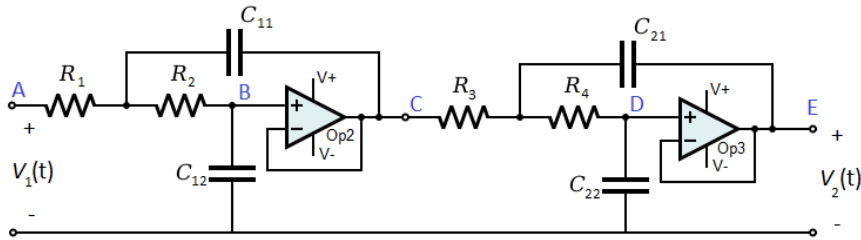


**Figur 3:** Amplitudene til frekvenskomponentene  $|u_k|$  til  $v_2$  for  $f_c = 1100 \text{ Hz}$ ,  $n = 4$

Det ble observert at  $D \rightarrow 0,41\%$  når  $f_c \rightarrow 0 \text{ Hz}$ , med andre ord at harmonisk forvrengning blir mindre når  $f_c$  legges lavere. Dette medfører naturligvis også at den grunnharmoniske blir kraftig dempet ved grensetilfellet. Plottet i Figur 3 ser dog ut til å gi tilfredsstillende filtrering av signalet.

Siden kravspesifikasjonen ikke stiller krav til  $v_2$ s amplitude, ble  $f_c = 1100$  Hz og  $n = 4$  valgt. Grunnen til at  $n = 4$  ble valgt har også grunnlag i komponentvalg og diskuteres kort i neste seksjon. Summen  $D$  av de overharmoniske komponentene utgjør i dette tilfellet 0,85 % av den grunnharmoniske, noe som plasserer kretsen trygt innenfor kravet på  $D_{\max} = 5\%$ .

Filteret vil dermed kunne designes som vist i Figur 4.



**Figur 4:** Generelt Butterworth-filter av 4. orden, adaptert fra [6]

Systemfunksjonen for hvert av de to filtertrinnene vil ha to komplekskonjugerte røtter i nevneren. Dermed vil den relative dempningsfaktoren for hvert filter bli henholdsvis  $\zeta_1 = 0,92388$  og  $\zeta_2 = 0,38268$  [3]. Dersom  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1$  k $\Omega$  blir forholdet mellom hvor mye strøm kretsen trekker og hvor følsom den er overfor støy bra. For filtertrinn  $i$  vil kondensatorverdiene være gitt av

$$C_{i1} = \frac{1}{\zeta_i \omega_0^2 R} \quad C_{i2} = \frac{1}{\tau_{i1} \omega_0^2 R}, \quad \omega_0 = 2\pi f_c \quad (4)$$

Ved å sette verdier inn i (4) finner vi at

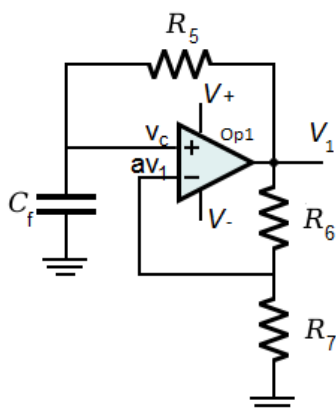
$$C_{11} = 156 \text{ nF} \quad C_{12} = 134 \text{ nF} \quad C_{21} = 378 \text{ nF} \quad C_{22} = 55 \text{ nF}$$

## 2.2 Firkantgeneratordesign

Som nevnt tidligere vil firkantgeneratoren bestå av en relaksasjonsoscillator. Denne kan designes som i Figur 5.

Prinsippet for denne kretsen er at komparatoren sammenlikner  $V_c$  med spenningen  $aV_1$  fra spenningsdeleren  $R_6 + R_7$  og går i metning mot  $V+$  eller  $V-$  når  $V_c$  er hhv. større eller mindre enn  $aV_1$ . Spenningen over kondensatoren vil alltid gå mot  $V_1$ , og  $V_1$  oscillerer derfor mellom  $V+$  og  $V-$ . Med andre ord genererer denne kretsen et firkantpulstog.

Det vil være gunstig å sette  $R_6 = R_7 = 10$  k $\Omega$  i denne kretsen. Da er periodetiden  $T$  for firkantpulstøget gitt ved

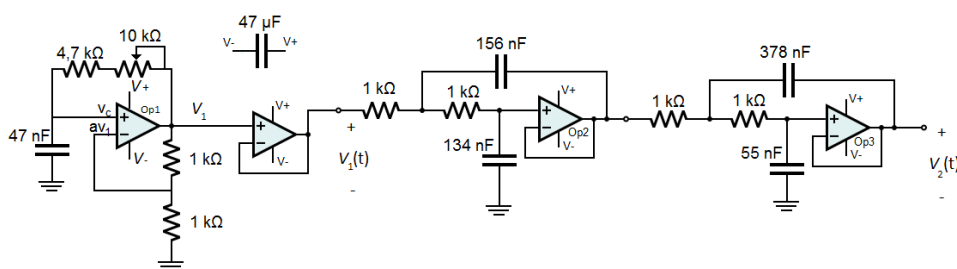

**Figur 5:** Generell relaksasjonsoscillator

$$T = 2 \ln(3)\tau \approx 2,2\tau \quad (5)$$

der  $\tau$  er tidskonstanten  $R_5 C_f$  [1]. Ved å velge  $C_f = 47 \text{ nF}$  er

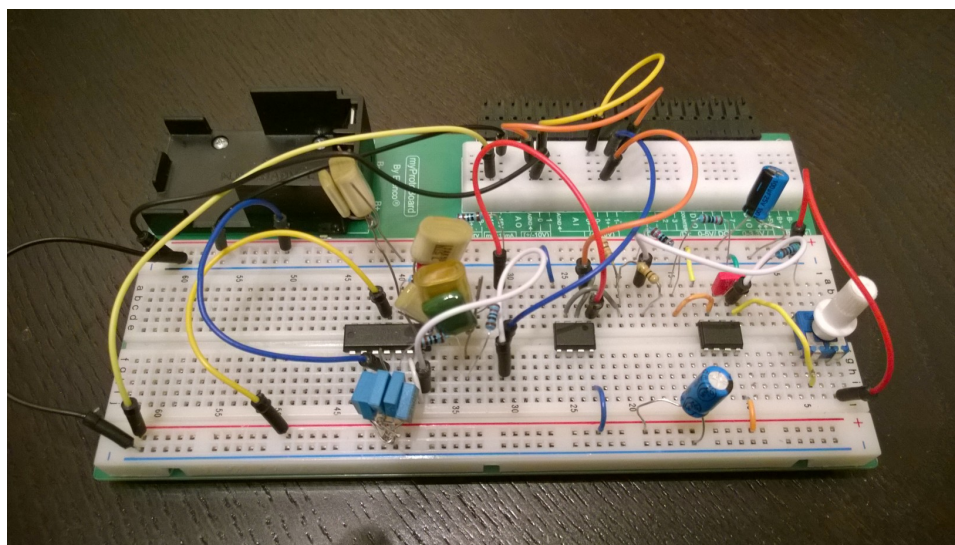
$$R_5 = \frac{1/950 \text{ Hz}}{2,2 \cdot 47 \text{ nF}} \approx 10,1 \text{ k}\Omega \quad (6)$$

Av erfaring vil det være fordelaktig å legge en op-amp i buffer-konfigurasjon mellom firkantgeneratoren og filteret for å redusere faren for feed-back, samt å legge inn store kondensatorer mellom  $V+$  og  $V-$  for å hindre at kretsen bryter sammen når firkantgeneratoren switcher. I tillegg kan det introduseres et potensiometer i serie med en motstand for  $R_5$  i firkantgeneratoren slik at det er enkelt å stille den inn på riktig frekvens. Et fullstendig kretsskjema er vist i Figur 6.


**Figur 6:** Fullstendig krettsdiagram

### 3 Realisering og test

Kretsen ble koblet opp og testet ved hjelp av NI myDAQ og programvareløsningen labVIEW [5], og er avbildet i Figur 7.



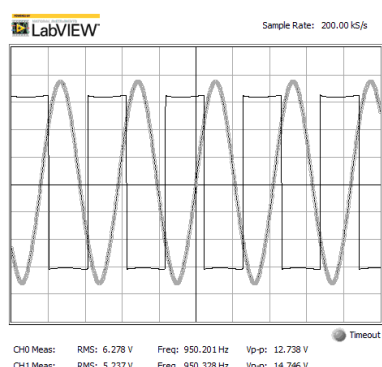
Figur 7: Realisert krets

Realiserte komponentverdier er presentert i Tabell 1. Alle kondensatorene i filteret består av parallellkoplinger av ulike kondensatorverdier og kun ekvivalent kapasitans er oppgitt.

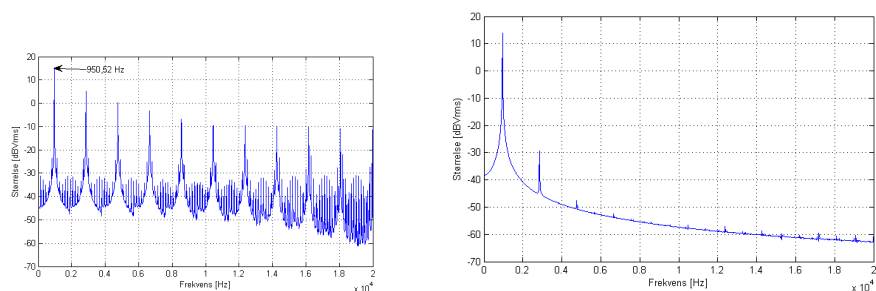
Tabell 1: Realiserte komponentverdier		
Navn	Teoretisk verdi	Fysisk verdi
$R_1$	1 k $\Omega$	990 $\Omega$
$R_2$	1 k $\Omega$	992 $\Omega$
$R_3$	1 k $\Omega$	992 $\Omega$
$R_4$	1 k $\Omega$	995 $\Omega$
$R_5$	10, 1 k $\Omega$	4, 7 k $\Omega$ + 10, 0 k $\Omega$ potensiometer i serie
$R_6$	10 k $\Omega$	9, 98 k $\Omega$
$R_7$	10 k $\Omega$	9, 98 k $\Omega$
$C_f$	47 nF	47 nF
$C_{11}$	156 nF	147 nF
$C_{12}$	134 nF	140 nF
$C_{21}$	378 nF	371 nF
$C_{22}$	55 nF	52 nF
Op-amper	-	LF353P – dual op-amp IC [4]
$V+/V-$	-	$\pm 15$ V fra NI myDAQ

Firkantgeneratoren ble stilt inn på 950 Hz, og en oscilloskopskjermdump av  $v_1$  og  $v_2$  er vist i Figur 8.

$v_1$  og  $v_2$  ble begge kjørt gjennom en frekvensanalysator, og resultatene er avbildet hhv. i Figur 9a og 9b.



**Figur 8:** Oscilloskopskjermdump av  $v_1$  (firkantpulstog) og  $v_2$  (sinusbølge). Spenningene er delt i to vha. en spenningsdeler og er skalert med 2 V/div.



(a) Frekvensspekteret til  $v_1$ . Oppløsning: 1600 linjer. (b) Frekvensspekteret til  $v_2$ . Oppløsning: 1600 linjer.

**Figur 9:** Analyse av frekvensspekterert til  $v_1$  og  $v_2$

Det er tydelig at det er en del støy i firkantpulstog, men den målte harmoniske forvrengningen  $D_{\text{målt}}$  i  $v_2$  var ikke større enn 0,94 %, godt under kravet  $D_{\text{max}} = 5\%$ . Et filter av orden 3 hadde fungert også, men da systemets last ikke er kjent vil det være gunstig å buffre utgangssignalet. Dette betyr at det uansett vil være to siste op-amp i kretsen, og denne kan derfor like gjerne være en del av Butterworth-filteret.

Realisert knekkfrekvens for filteret var 1170 Hz, noe som kan forklare hvorfor  $D_{\text{målt}}$  ligger 0,6% over den teoretiske verdien fra MATLAB-simuleringen. Den målte frekvensen varierte i sanntid med rundt 0,1 Hz, men med utgangspunkt i Figur 8 er frekvensavviket  $\Delta f \approx 0,33$  Hz, 350 ppm avvik fra spesifikasjonen og godt innenfor kravet på 10 000 ppm.

I testingen av kretsen ble det observert at lavere verdi for  $C_f$  (og dermed høyere verdi for  $R_5$ ) ga et renere firkantsignal. Dette kan skyldes at utstyret som brukes for å teste kretsen ikke er i stand til å levere spesielt mye strøm, og at kilde-spenningen derfor i stor grad blir påvirket av strømmen som



trekkes av RC-leddet i firkantgeneratoren.

## 4 Konklusjon

Dette designnotatet har tatt for seg design, utforming og testing av en type sinusoscillator. Utgangssignalet  $v_2$  hadde en harmonisk forvrengning på 0,94 % og et frekvensavvik fra ideell frekvens på 350 ppm, alt innenfor kravspesifikasjonen. Den harmoniske forvrengningen lå kun 0,6 % over systemets teoretiske forvrengning. Den teoretiske forvrengningen bygger på flere ulike modeller, antakelser og forutsetninger samt numeriske tilnærminger og simuleringer, og resultatet lå svært nærme teoretisk oppførsel.

## 5 Takk

Jeg vil gjerne takke vitenskapelig personell ved Institutt for elektronikk og telekommunikasjon, NTNU samt studentassistenter i emne TTT 4265 Elektronisk systemdesign og -analyse II for gode og interessante diskusjoner under designfasen.

## 6 Vedlegg A

**Listing 1:** Kildekode for plotting av amplituden til frekvenskomponentene i  $v_2$

```
1 k = 1:2:20;
2 x = 1:.2:20;
3 n = 4;
4 fc = 950;
5 harmonisk_sum = 0;
6
7 h = 1 ./ sqrt( 1 + (k * 950/fc) .^ (2 * n));
8 dempet = abs(0.5 * sinc( k/2 )) .* h;
9
10 for i = 2 : length(k)
11     harmonisk_sum = harmonisk_sum + dempet(i)^2;
12 end
13
14 harmonisk_sum = sqrt(harmonisk_sum);
15
16 fprintf('THD [%%]: %.10f\n', 100 * harmonisk_sum / dempet(1));
17 grid on;
18 hold on;
19 stem(k, dempet);
20 plot(x, 1 ./ (pi * x));
```

---

## Referanser

- [1] L. Lundheim: Relaksasjonsoscillatorar, videoforelesning i emne TTT 4265 Elektronisk systemdesign og -analyse II, NTNU, 2015
- [2] L. Lundheim: Designøving 3, innføring og kravsspesifikasjoner vedr. sinus-oscillator i emne TTT 4265 Elektronisk systemdesign og -analyse II, NTNU, 2015
- [3] L. Lundheim: Filterdesign, videoforelesning i emne TTT 4265 Elektronisk systemdesign og -analyse II, NTNU, 2015
- [4] Datablad LF353P:  
<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lf353.pdf>
- [5] National Instruments' myDAQ med tilhørende programvare labVIEW:  
<http://www.ni.com/mydaq/>
- [6] Sallen-key-stuktur:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen-Key\\_topology](https://en.wikipedia.org/wiki/Sallen-Key_topology) [24.09.2015]